

I) La droite des milieux :

Théorème

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

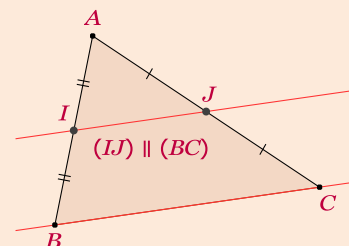
Exemple :

► Données

- ABC est un triangle.
- I est le milieu de $[AB]$.
- J est le milieu de $[AC]$.

► Conclusion

- (IJ) est parallèle à (BC) .



II) Le segment des milieux :

Théorème

Dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

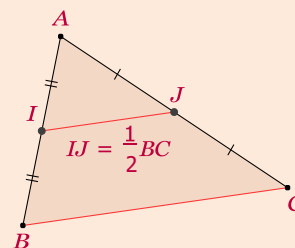
Exemple

► Données

- ABC est un triangle.
- I est le milieu de $[AB]$.
- J est le milieu de $[AC]$.

► Conclusion

- $IJ = \frac{1}{2}BC$.



III) Un milieu et une parallèle

Théorème

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et elle est parallèle au deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

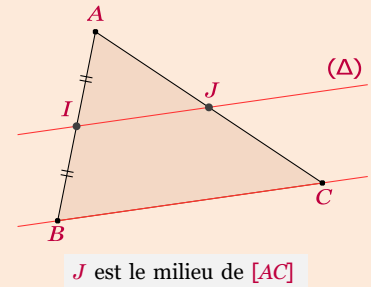
Exemple

► Données

- ABC est un triangle.
- I est le milieu de $[AB]$.
- (Δ) droite passant par I et parallèle à (BC) .

► Conclusion

- (Δ) coupe $[AC]$ en son milieu J .



IV) Triangles et parallèles :

Théorème

Dans un triangle, si $I \in [AB]$, $J \in [AC]$ et $(IJ) \parallel (BC)$ alors : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$

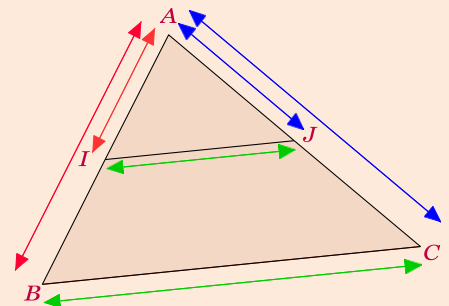
Exemple 1 :

► Données

- ABC est un triangle.
- $I \in [AB]$ et $J \in [AC]$.
- $(IJ) \parallel (BC)$.

► Conclusion

- $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$.



Exemple 2 :

- 1 Soit ABC un triangle. Soit E le symétrique de A par rapport à B , et soit F le symétrique de A par rapport à C . Montrer que $(EF) \parallel (BC)$
- 2 Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O , soit M le milieu de $[AB]$. La droite (OM) coupe $[CD]$ en N . Montrer que N est le milieu de $[CD]$.
- 3 Soit ABC un triangle. Soient M et N les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$. Montrer que : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$.